Araştırma Makalesi

TEK MAKİNELİ ÇİZELGELEME PROBLEMİNDE TOPLAM GECİKME SÜRESİ MİNİMİZASYONU İÇİN GENETİK ALGORİTMA VE DAL SINIR ALGORİTMASI YAKLAŞIMI: BİR ELOKSAL TESİSİNDE UYGULAMA

M. Meltem ÇALIŞKAN[†], Berk AYVAZ[††], Muhammet CEYLAN[†††]

[†] İstanbul Ticaret Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği, İstanbul, Türkiye
[††] İstanbul Ticaret Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği, İstanbul, Türkiye
[†††] İstanbul Ticaret Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği, İstanbul, Türkiye

meltem@mesapol.com, bayvaz@ticaret.edu.tr, mceylan@ticaret.edu.tr
0009-0009-9526-3527, 0000-0002-8098-3611, 0000-0001-6933-2917

Atıf/Citation: ÇALIŞKAN, M.M., AYVAZ, B., CEYLAN, M., (2025). Tek Makineli Çizelgeleme Probleminde Toplam Gecikme Süresi Minimizasyonu İçin Genetik Algoritma ve Dal Sınır Algoritması Yaklaşımı: Bir Eloksal Tesisinde Uygulama, Journal of Technology and Applied Sciences 8(1) s.277-288, DOI: 10.56809/icujtas.1512826

ÖZET

Bu çalışmada, tek makine çizelgeleme probleminin çözümü için Dal Sınır Algoritması ve Genetik Algoritma yöntemleri kullanılarak bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Önerilen algoritmalar, bir eloksal üretim tesisinden elde edilen gerçek veriler kullanılarak test edilmiştir. Çalışmanın amacı, üretim süreçlerindeki verimliliği artırmak ve işlerin tamamlanma sürelerini minimize etmektir. Dal Sınır Algoritması, en iyi çözümü ararken çözüm uzayını sistematik olarak tarar ve gereksiz dalları budar. Genetik Algoritma ise, doğal seçilim ve genetik işlemler kullanarak optimal veya yakın optimal çözümler üretir. Uygulama sonuçları, her iki algoritmanın da tek makine çizelgeleme probleminin çözümünde etkin olduğunu göstermektedir. Özellikle, eloksal üretim tesisinde sağlanan verimlilik artışı ve maliyet düşüşü, bu yöntemlerin pratik uygulamalar için değerli olduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Tek makine çizelgeleme, Dal sınır algoritması, Genetik algoritma

A Genetic Algorithm and Branch-and-Bound Approach for Minimizing Total Tardiness in the Single Machine Scheduling Problem: An Application in an Anodizing Facility

ABSTRACT

In this study, Branch and Bound Algorithm and Genetic Algorithm methods were applied to solve the single machine scheduling problem. The proposed algorithms were tested using real data obtained from an anodizing production facility. The aim of the study is to increase efficiency in production processes and minimize job completion times. The Branch and Bound Algorithm systematically searches the solution space for the best solution and prunes unnecessary branches. The Genetic Algorithm, on the other hand, produces optimal or near-optimal solutions using natural selection and genetic operations. Application results demonstrate that both algorithms are effective in solving the single machine scheduling problem. Particularly, the increase in efficiency and the reduction in costs achieved in the anodizing production facility highlight the value of these methods for practical applications.

Keywords: Single Machine Scheduling, Branch and Bound Algorithm, Genetic Algorithm

Geliş/Received	:	**08.07.2024**
Gözden Geçirme/Revised	:	**18.07.2024**
Kabul/Accepted	:	**31.07.2024**

1. GİRİŞ

Günümüz iş dünyasında işletmelerin mevcut pazarlarında devamlılığını sürdürebilmeleri için ürettikleri ürün veya hizmeti daha yüksek kaliteyle ve daha cazip fiyatlara müşterilerine sunmaları gerekmektedir. İşletmelerin pazarda rekabetçi olabilmeleri termin süreleri veya müşteri ihtiyaçlarını zamanında.karşılamalarına bağımlı hale gelmiştir. Müşteri memnuniyetinin en önemli öğelerinden birisi ürünü tam zamanında teslim etmektir. Bu bağlamda üretim ve hizmet sektörlerinde etkin planlama ve çizelgeleme, işletmelerin rekabet avantajı elde etmeleri ve müşteri memnuniyetini sağlamaları açısından kritik bir rol oynamaktadır. Üretim ve hizmet sektörlerinde kaynakların tanımlanmış sürelerle işlere atanmasıyla, bir veya birden fazla durumu en iyileyerek karar verme sürecine çizelgeleme denir (Pinedo, 2008).
Çizelgeleme problemleri, belirli bir iş yükünün belirli kısıtlar altında kaynaklara atanmasını içeren karmaşık optimizasyon problemleridir. Bu problemlerin çözümünde kullanılan yöntemler, işletmelerin maliyetlerini düşürmeleri, verimliliklerini artırmaları ve hizmet kalitelerini iyileştirmeleri açısından büyük önem taşır.
Tek makine çizelgeleme problemi, en temel ve en çok karşılaşılan çizelgeleme problemlerinden biridir. Bu problemde, bir dizi işin tek bir makine üzerinde, belirli kurallar ve kısıtlar çerçevesinde en uygun şekilde çizelgelenmesi amaçlanmaktadır. Çizelgeleme sürecinde dikkate alınan en önemli performans kriterlerinden biri toplam gecikmedir. Toplam gecikme, işlerin tamamlanma zamanlarının, belirlenen teslim tarihlerine olan farklarının toplamıdır ve müşteri memnuniyetinin sağlanmasında kritik bir rol oynar. Bu türdeki problemlerin çözümü için çok daha etkili sonuca varan optimum veya optimuma en yakın sonuçlar çıkaran sezgisel yaklaşımlar teknikleri tercih edilmektedir (Pinedo, 2008).

Bu çalışmada, tek makine çizelgeleme problemi için toplam gecikmenin minimizasyonu amacını gerçekleştirmek için dal-sınır algoritması ve genetik algoritma yaklaşımları önerilmektedir. Dal sınır algoritması, tüm olası çözümleri sistematik bir şekilde inceleyerek en iyi çözümü bulmayı amaçlayan deterministik bir yöntemdir. Bu yöntem, problemlerin çözümünde kesin sonuçlar sağlarken, büyük boyutlu problemler için hesaplama süresi yüksek olabilir. Genetik algoritmalar, biyolojik evrim sürecinden esinlenerek geliştirilmiş, evrimsel hesaplama tekniklerdir ve karmaşık optimizasyon problemlerinin çözümünde etkili sonuçlar vermektedir. Genetik algoritmaların esnek yapısı, geniş çözüm uzayının hızlı ve etkili bir şekilde tarayabilme kabiliyeti ve yerel minimuma takılmaması, onları çizelgeleme problemlerinin çözümünde cazip bir yöntem haline getirmektedir.
Önerilen yaklaşım, çeşitli genetik operatörler ve parametre ayarlamaları kullanılarak, toplam gecikmeyi minimize edecek en uygun çizelgeyi oluşturmayı hedeflemektedir. Çalışmada önerilen yaklaşım, alüminyum aksesuar üretimi yapan bir fabrikanın eloksal tesisindeki tek makine çizelgeleme problemine uygulanmıştır. Bu çalışmanın bulguları, işletmelerin çizelgeleme problemlerini çözmede kullanabilecekleri alternatif yaklaşımlar sunarak, maliyetleri düşürme, verimliliği artırma ve hizmet kalitesini iyileştirme noktasında önemli katkılar sağlamaktadır.
Çalışmanın bundan sonraki ikinci bölümünde tek makine çizelgeleme problemi ile ilgili literatür taraması, üçüncü bölümde çalışmanın metodolojisi, dördüncü bölümde önerilen modelin gerçek hayat problemine uygulamasına, son bölümde de sonuçların değerlendirilmesine yer verilmiştir.

2. Literatür Taraması

Çalışmada literatür taraması 2006 yılından itibaren yapılan çizelgeleme problemleri üzerindeki bazı çalışmalar incelenmiştir. Hangi kısıtlar altında problemlerin oluşturulduğu ve hangi yöntemlerle çözülüp optimizasyon sağlandığının araştırması yapılmıştır.

Gupta vd. (2006) sıralı bağımlı hazırlık süreleri olan toplam gecikme süresini minimize etmek amaçlı tek makine toplam gecikme çizelgeleme problemini ele almıştır. Özdemir (2007) kısıtlandırılmış teslim tarihli ve sıraya bağımlı hazırlık süreli tek makine çizelgeleme probleminde erken / geç toplamının en küçüklenmesi üzerine odaklanmıştır. Molaee, Moslehi, ve Reisi (2010) en büyük erken biten ve geç tamamlanma iş sayısını en küçüklemeyi amaçlayan tek makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Önerilen modelin çözümünde dal sınır algoritması ve H1 adlı bir sezgisel algoritma kullanılmıştır. Briskorn, Choi, Lee, Leung ve Pinedo (2010), gerekli kaynağın mevcut olmaması durumunda işlerin işlenemediği tek makineli çizelgeleme problemi üzerinde çalışmışlardır. Dikkate alınan hedefler arasında maksimum gecikmeyi en aza indirme ve geciken iş sayısını en aza indirme hedefleri bulunmaktadır. Özbakır (2011) belirli işlerin belirlenen sürede tamamlanamamasından kaynaklanan gecikmeleri minimize etmek amacıyla tek makine çizelgeleme problemleri için sezgisel bir yaklaşım geliştirmiştir. Gafarov vd. (2012) genelleştirilmiş toplam gecikme amaçlı tek makineli bir çizelgeleme problemini ele almıştır.

Kaya (2013) sıra bağımlı hazırlık sürelerine sahip tek makineli kaynak kısıtlı proje çizelgeleme problemleri için bir genetik algoritma geliştirilmiştir. Briskorn, Jaehn ve Pesch (2013) tamamlanma sürelerinin ağırlıklı toplamını minimize etmek için envanter kısıtları olan tek makine problemini ele almıştır. Allahverdi vd. (2014) ortalama ağırlıklı tamamlanma süresini minimize etmek için aralıklı işlem sürelerine sahip tek makine çizelgeleme problemine odaklanmıştır. Eren (2014) işlerin belirli bir sıraya göre gerçekleştirilmesi sırasında ortaya çıkan öğrenme ve bozulma etkilerini dikkate alarak tek makine çizelgeleme problemleri üzerinde öğrenme ve bozulma etkileri incelenmiştir. Herr ve Goel (2014) toplam gecikme süresini en aza indirmeyi amaçlayan tek makineli aile çizelgeleme problemi için karma tamsayılı programlama modeli önermiştir. Ermiş (2014) zaman aralığı kısıtlamalarıyla tek makine çizelgeleme problemleri ele alınmıştır. Akkocaoğlu (2014) iş kurulum sürelerine sahip tek makine üzerinde yeni bir müşteri siparişi çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Hfaiedh vd. (2015) makinenin sabit bir aralıkta kullanılamaması durumunda, çıkış tarihleri ve kuyrukları olan maksimum teslimat süresini en aza indirmeyi amaçlayan tek makine çizelgeleme problemini ele almıştır. Muştu ve Eren (2015) geliş zamanlarının farklı olduğu ve öğrenme etkisinin bulunduğu tek makine çizelgeleme problemlerinde toplam gecikmenin çözümüne odaklanılmıştır. Yazarlar, farklı geliş zamanları ve öğrenme etkisi göz önünde bulundurularak, toplam gecikmeyi minimize etmeye yönelik çözümler sunmaktadır. Xu vd. (2015) toplam tamamlanma süresini minimize etmek amaçlı iş yüküne bağlı bakım süresine sahip tek makineli bir çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Souissi vd. (2016) tek makine çizelgeleme problemleri için önleyici bakım süreçlerini içeren hızlandırılmış bir MIP (Karışık-Tamsayılı Programlama) modeli geliştirilmiştir. Yazarlar, makine bakım sürelerinin planlanması ve çizelgeleme problemlerinin çözümüne yönelik bir model sunmaktadır. Özer ve Köksal (2016) enjeksiyon makineleri ile üretim yapan bir işletmede, tek makine üzerinden hazırlık sürelerinin de belirtildiği bir sıralama ve çizelgeleme problemini ele almışlardır. Ben-Yehoshua ve Mosheiov (2016) tek makine çizelgeleme problemlerinde toplam erken çalışmayı minimize etmeye yönelik çözümler incelenmiştir. Yazarlar, işlerin belirli bir zaman diliminden önce tamamlanmasını minimize etmeye odaklanarak, çizelgeleme problemlerine yönelik modeller ve algoritmalar geliştirmişlerdir.

Herr ve Goel (2016) toplam gecikme süresini en aza indirmeyi amaçlayan sıraya bağlı kurulum süreleri ve kaynak kısıtları tek makineli aile çizelgeleme problemini için hem matematiksel model hem de sezgisel çözüm tekniği geliştirmiştir. Özer ve Köksal (2016) enjeksiyon makineleri ile üretim yapan bir işletmede, tek makine üzerinden hazırlık sürelerinin de belirtildiği bir sıralama ve çizelgeleme problemini ele almışlardır. Perez-Gonzalez ve Framinan (2018) periyodik makine kullanılabilirliği ile tek makine çizelgeleme problemleri ele alınmıştır. Yazarlar, belirli zaman dilimlerinde makinenin kullanılabilir olduğu durumlarda işlerin en uygun şekilde sıralanmasını sağlayan yöntemler geliştirmiştir. Rostami vd. (2019) tek makine ağırlıklı gecikme problemleri için öncelik teoremleri ve dinamik programlama yöntemleri incelenmiştir. Yazarlar, işlerin sıralanması ve ağırlıklı gecikmenin minimize edilmesi amacıyla çizelgeleme problemlerine yönelik teorik ve pratik çözümler sunmaktadır. Chen vd. (2019) gecikme maliyetini ve enerji maliyetini en aza indirmeyi amaçlayan tek makine çizelgeleme problemi için bir matematiksel programlama modeli önermiştir. Tsao vd. (2020) işleme süresinin tahsis edilen kaynakların miktarına bağlı olduğu ve farklı elektrik fiyatlandırması nedeniyle kaynak tahsis maliyetinin belirsiz olduğu enerji verimli tek makineli çizelgeleme problemini ele almaktadır.

3. Model Formülasyonu

Çizelgeleme problemlerinde en çok tek makine çizelgelemeleri yapılmaktadır. Bu bölümde ilk olarak çalışma boyunca kullanılan notasyonlar tanıtılacak, ardından problemin formülasyonu verilecektir (Y. Yin vd., 2014).

N	:İş sayısı
S	:İş sırası
p_j	:j. işin işlem süresi
r_j	:j. işin salınım süresi
d_j	:j. işin teslim süresi
$p_k(S)$	:S'deki k. pozisyona atanan işin normal işlem süresi.
$r_k(S)$	:S'deki k'ncı pozisyona atanan işin salınım tarihi
$d_k(S)$	:S'deki k'ncı pozisyona atanan işin teslim tarihi
$C_j(S)$	:S'deki j.işin tamamlanma süresi
$C_k(S)$	:S'deki k'ncı pozisyona atanan işin tamamlanma tarihi

$T_j(S) = \{C_j(S) - d_j, 0\}$:S'deki j.işin gecikme süresi
$T_k(S) = \{C_k(S) - d_k, 0\}$:S'deki k'ncı pozisyona atanan işin gecikme süresi
M :Büyük bir sayı
s_k :k pozisyonuna atanan işin en erken başlama zamanı
C'_k :k pozisyonuna atanan işin en erken tamamlanma zamanı
x_{jk} :Eğer iş j işi k pozisyona atanırsa 1 yoksa 0.

Varsayımlar

- Tek makinede n adet iş vardır.
- İşler t=0 zamanında makinenin önünde işlenmeye hazırdır.
- İş kesintisi yoktur.

Amaç fonksiyonu

$$min \sum_{j=1}^{n} T_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jk} = 1 \quad (k=1,2,3\ldots,n) \quad (1)$$
$$\sum_{k=1}^{n} x_{jk} = 1 \quad (j=1,2,3\ldots,n) \quad (2)$$
$$s_k + k^a \sum_{i=1}^{n} p_j x_{jk} = C'_k \quad (k=1,2,3\ldots,n) \quad (3)$$
$$C'_k = s_{k+1} \quad (k=1,2,3\ldots,n) \quad (4)$$
$$\sum_{i=1}^{n} r_j x_{jk} \leq s_k \quad (k=1,2,3\ldots,n) \quad (5)$$
$$C'_k \leq C_j + M(1 - x_{jk}) \quad (j=1,2,3\ldots,n \text{ ve } k=1,2,3\ldots,n) \quad (6)$$
$$C_j - d_j \leq T_j \quad (j=1,2,3\ldots,n) \quad (7)$$
$$s_k, C'_k, E_j \geq 0 \ \ ve \ x_{jk} \in \{0,1\} \quad (8)$$

Burada kısıt 1-2 her işin muhakkak makinede belirli bir sırada işlem görmesini, kısıt 3 tanımsal gereksinimler, kısıt 4-5 öncelik ilişkilerini, kısıt 6 ve 7 her işin gecikme ve tamamlanma süresini, kısıt 8 ise negatif olmama ve tamsayı kısıtlarını göstermektedir.

Yukarıda aktarılan karma tamsayılı programlama modeli, iş sayısı arttıkça çözülmesi çok zor olabilen problemler kategorisine girmektedir. Bundan dolayı az sayıdaki iş sayılarında matematiksel modelleme tercih edilirken, çok sayıdaki işler için tek makine çizelgelemede en sık olarak dal sınır algoritması ve genetik algoritma kullanılmaktadır.

3.1. 1||$\sum Tj$ problemi için Dal Sınır Algoritması

Tam sayılı doğrusal programlama (TDP) modellerini çözümlemek için geliştirilmiş bir algoritmadır. Çözüme doğrusal programlama gevşetmesi ile başlar. Devamlı yeni tamsayı sınırları belirlenerek, genişleyen bir dizi doğrusal programlamanın çözülmesi ile cevaba ulaşır. Teorik olarak her türlü TDP'yi çözebilse de model büyüdükçe çözüme ulaşma süresi geometrik oranda artar (Alan, 2021). Genellikle, bir minimizasyon problemi için bir dal-sınır algoritması, algoritmayı oluşturan dört ana prosedüre sahiptir: (1) ayırma, (2) sınırlama, (3) dallanma ve (4) budama (Luo ve Chu, 2014; Baker ve Trietsch, 2009).

İlk k pozisyonuna atanan işin tardiness (gecikme) değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$T_{j_u} = \max\{C_{j_u} - d_{j_u}, 0\}.$$

Çizelgelenmemiş iş ju için, tardiness T_{ju} değeri max{ C_{ju} - d, 0} den küçük olamaz. Burada d çizelgelenmemiş işler arasındaki max due date (teslim tarihi) değeridir

$$T_{j_v} \geq \max\{C_{j_v} - d, 0\}.$$

Ortak bitiş tarihi dikkate alınarak minimum toplam gecikme, ataması yapılmamış işleri SPT (En Kısa İşlem Süresi) sırasına göre sıralayarak bulunabilir. Böylece, ataması yapılmamış işlerin tamamlanma zamanları C_{jv} ve gecikmeleri T_{jv}, SPT kuralı uygulanarak bulunabilir.

$$LB = \underbrace{(T_{j_1} + T_{j_2} + \ldots + T_{j_k})}_{\text{scheduled jobs}} + \underbrace{(T_{j_{k+1}} + T_{j_{k+2}} + \ldots + T_{j_n})}_{\text{unscheduled jobs}}$$

```
1. Kök düğümü oluştur:
   KökDüğüm = BoşDüğüm()
2. Kök düğümünü öncelikli kuyruğa ekle:
ÖncelikliKuyruk = [KökDüğüm]
3. En iyi çözümü başlat:
   EnİyiÇözüm = Sonsuz
4. While öncelikli kuyruk boş değilse:
   While not ÖncelikliKuyruk.boşMu():
      GeçerliDüğüm = ÖncelikliKuyruk.pop()
      If GeçerliDüğüm.altSınır < EnİyiÇözüm:
         If GeçerliDüğüm.tamamlanmışMı():
            ToplamGecikme = GeçerliDüğüm.hesaplaToplamGecikme()
            If ToplamGecikme < EnİyiÇözüm:
               EnİyiÇözüm = ToplamGecikme
         Else:
            ÇocukDüğümler = GeçerliDüğüm.oluşturÇocuklar()
            For each ÇocukDüğüm in ÇocukDüğümler:
               ÇocukDüğüm.altSınır = ÇocukDüğüm.hesaplaAltSınır()
               If ÇocukDüğüm.altSınır < EnİyiÇözüm:
                  ÖncelikliKuyruk.ekle(ÇocukDüğüm)
5. Sonuç:
   Return EnİyiÇözüm
```

Şekil 1 Dal Sınır Algoritması Sözsel Kod

3.2. Meta-sezgisel Yöntemler

Meta-sezgisel yöntemler, karmaşık eniyileme problemleri için kabul edilebilir bir zaman aralığında etkin ve yeterli çözümler üretebilen algoritmalar olarak öne çıkar. Bu yöntemler, konvansiyonel eniyileme işlemlerinin başarısız olduğu durumlarda etkili bir çözüm sunarlar. Meta-sezgisel yöntemler, çeşitli endüstriyel sorunlara kolayca adapte edilebilirler ve çizelgeleme, rotalama, zaman planlama gibi farklı sorunlara etkin çözümler getirebilirler.

Bu yöntemler, doğadan ilham alarak geliştirilmiştir ve genellikle popülasyon tabanlı yaklaşımları kullanır. Birçok iterasyon sonunda en iyi çözüme ulaşmayı hedeflerler. Meta-sezgisel yöntemler, çeşitli uygulama alanlarında başarıyla kullanılabilirler.

Meta-sezgisel yöntemlerin temel uygulama alanları arasında çizelgeleme, rotalama, zaman planlama gibi problemler bulunmaktadır. Bu yöntemler, karmaşık ve gerçek dünya problemlerine uygun çözümler üretebilen esnek algoritmalar olarak öne çıkarlar.

3.2.1.Genetik Algoritma

Bilgisayar bilimleri ve biyolojik evrim teorilerinin kesişiminde genetik algoritmaların gelişimi başlamıştır. 1950'lerde ve 1960'larda, biyologlar ve bilgisayar bilimciler, doğal seçilim ve genetik süreçleri bilgisayar simülasyonlarına uygulamaya başladılar. Bu çalışmalar, GA'nın temelini oluşturdu.

```
1. Popülasyonu Başlat:
   Popülasyon = RastgelePermütasyonlar(J, popülasyon_büyüklüğü)
2. Değerlendir:
   For each birey in Popülasyon:
      birey.uygunluk = ToplamGecikmeHesapla(birey)
3. Doğa Seçilimi:
   SeçilenBireyler = Seçim(Popülasyon, seçim_büyüklüğü)
4. Crossover:
   YeniBireyler = []
   While length(YeniBireyler) < popülasyon_büyüklüğü:
      Ebeveyn1, Ebeveyn2 = RastgeleSeç(SeçilenBireyler)
      Çocuk1, Çocuk2 = Çaprazlama(Ebeveyn1, Ebeveyn2)
      YeniBireyler.append(Çocuk1)
      YeniBireyler.append(Çocuk2)
5. Mutasyon:
   For each birey in YeniBireyler:
      if RastgeleSayı(0, 1) < mutasyon_olasığı:
         birey = Mutasyon(birey)
6. Yeni Popülasyonu Oluştur:
   Popülasyon = EnİyiBireyleriSeç(Popülasyon + YeniBireyler, popülasyon_büyüklüğü)
7. Sonlandırma Kriteri:
   If JenerasyonSayısı >= MaksimumJenerasyon or EnİyiUygunluk <= HedefUygunluk:
      Break
8. Sonuç:
   Return EnİyiBirey(Popülasyon)
```

Şekil 2 Genetik Algoritma Sözsel Kod

4. Uygulama

Alüminyum aksesuar üretimi yapan bir fabrikada 4 ayrı ürünün eloksal işlem süreleri ve işlerin teslim tarihleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 1 Üretim Verileri

	ELOKSAL BARADAKİ ÜRÜN ADETİ	P01 (DK)	SİPARİŞ ADETİ	SİPARİŞ BARA ADETİ	TOPLAM ÜRETİM SÜRESİ (DK)	TERMİN SÜRESİ (DK)
MC-209	75	42	300	4	168	180
MC-200-B	120	42	120	1	42	55
M18-03	330	35	660	2	70	95
M21-08	60	42	600	10	420	430

Tesisteki işlerin çizelgelenmesi için python üzerinde dal sınır algoritması ve genetik algoritma ile çözümleri şu şekildedir:

Dal sınır algoritması çözümü:

Örnekte bulunan verilerle dal sınır algoritmasının uygulanması:

KISMİ SIRALAMA (1-*-*-*)

* Çizelgelenen iş =1
* Çizelgelenmemiş işler 2-3-4
* Her bir iş için hesaplanmış tamamlanma süreleri:

$T_{j_u} = \max\{C_{j_u} - d_{j_u}, 0\}$

T1=max {C1-d1,0} =max {168-180,0} =0
Çizelgelenmemiş işler 2-3-4 için minimum toplam tardiness bu işlerin max due date'i baz alınarak bulunur.
d =max {d2, d3,d4,}=430
SPT sıralamasına göre işler sıralanır. Buna göre sıralama=1,2,3,4 tür.

M1	1	2	3	4
0	168	210	280	700
Tj	0	0	0	270

Şekil 3 SPT Sıralaması 1

$T_{j_v} \geq \max\{C_{j_v} - d, 0\}.$

T2+T3+T4 =max {C2-d,0} +max {C3-d,0} +max {C4-d,0}
T2+T3+T4 =max {210-430,0} +max {280-430,0} +max {700-430,0} =0+0+270=270
T1+T2+T3+T4 ≥ 0+270=270 bu değer ilk lower bound değerimiz.

KISMİ SIRALAMA (2-*-*-*)

* Çizelgelenen iş =2
* Çizelgelenmemiş işler 1-3-4
* Her bir iş için hesaplanmış tamamlanma süreleri:

$T_{j_u} = \max\{C_{j_u} - d_{j_u}, 0\}$

T1=max{C2-d2,0} =max {42-55,0} =0
Çizelgelenmemiş işler 1-3-4 için minimum toplam tardiness bu işlerin max due date'i baz alınarak bulunur.
d =max {d1,d3,d4 }=430
SPT sıralamasına göre işler sıralanır. Buna göre sıralama =2,3,1,4

M1	2	3	1	4
0	42	112	280	700
Tj	0	0	0	270

Şekil 4 SPT Sıralaması 2

$T_{j_v} \geq \max\{C_{j_v} - d, 0\}.$

T1+T3+T4 =max{C1-d,0} +max{C3-d,0} +max{C4-d,0}
T1+T3+T4 =max {280-430,0} +max {112-430,0} +max {700-430,0} =0+0+270=270
T1+T2+T3+T4 ≥ 0+270=270 bu değer lower bound değerimiz.

KISMİ SIRALAMA (3-*-*-*)

* Çizelgelenen iş =3
* Çizelgelenmemiş işler 1-2-4
* Her bir iş için hesaplanmış tamamlanma süreleri:

$T_{j_u} = \max\{C_{j_u} - d_{j_u}, 0\}$

T1=max {C3-d3,0} =max {70-95,0} =0
Çizelgelenmemiş işler 1-2-4 için minimum toplam tardiness bu işlerin max due date'i baz alınarak bulunur.
d=max{d1,d2,d4 }=430
SPT sıralamasına göre işler sıralanır. Buna göre sıralama = 3,2,1,4

M1	3	2	1	4
0	70	112	280	700
Tj	0	0	0	270

Şekil 5 SPT Sıralaması 3

$T_{j_v} \geq \max\{C_{j_v} - d, 0\}.$

T1+T2+T4 =max{C1-d,0} +max{C2-d,0} +max {C4-d,0}
T1+T2+T4 =max {112-430,0} +max {280-430,0} +max {700-430,0} =270
T1+T2+T3+T4 ≥ 0+270=270 bu değer lower bound değerimiz.

KISMİ SIRALAMA (4-*-*-*)

* Çizelgelenen iş =4
* Çizelgelenmemiş işler 4-2-3-1
* Her bir iş için hesaplanmış tamamlanma süreleri:

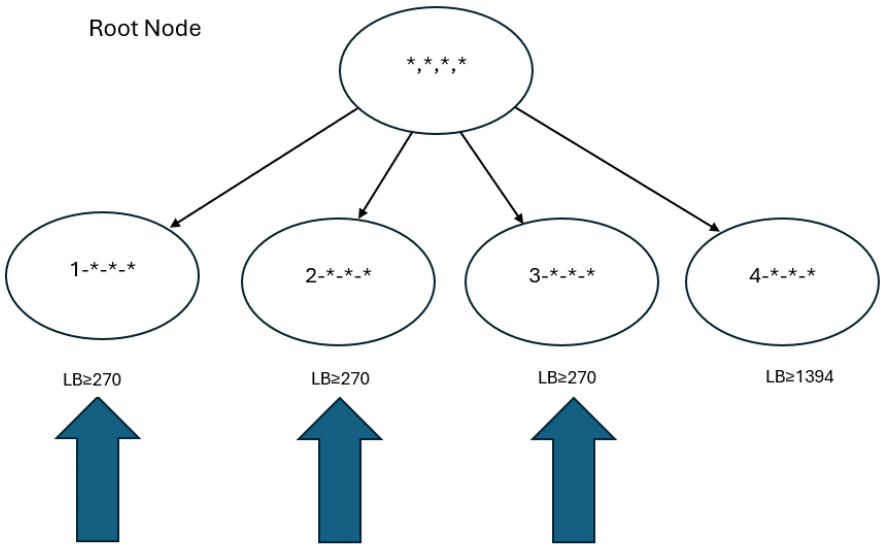
$T_{j_u} = \max\{C_{j_u} - d_{j_u}, 0\}$

T4=max{C4-d4,0} =max {420-430,0} =0
Çizelgelenmemiş işler 1-2-3 için minimum toplam tardiness bu işlerin max due date'i baz alınarak bulunur.
d =max{d1,d2,d3 }=180
SPT sıralamasına göre işler sıralanır. Buna göre sıralama = 4,2,3,1

M1	4	2	3	1
0	420	462	532	700
Tj	240	282	352	520

Şekil 6 SPT Sıralaması 4

T1+T2+T3 =max {C1-d,0} +max {C2-d,0} +max {C3-d,0}
T1+T2+T3 =max {700-180,0} +max {462-180,0} +max {532-180,0} =520+282+352+240=1394
T1+T2+T3+T4 ≥ 0+1394=1394 bu değer lower bound değerimiz.



Şekil 7 Root Nodes

Bu sonuçlara göre 1. 2. ve 3. dalların çizelgelenerek optimal çözümün aranmasına devam edilmelidir.
Algoritma bu şekilde devam ettirildiğinde en düşük gecikmenin yaşandığı iş sırası 2-3-1-4'tür ve toplam gecikme 387 dakika olarak hesaplanmaktadır.
Genetik algoritma ile:
Tablo-1'de gösterilen değerler ile Şekil-2'de bulunan kod oluşturulmuş ve çözüm kümesi oluşturulması sağlanmıştır.
Aşağıda bulunan promptlar sisteme girilmiştir;
Kaç iş var? 4
İş 1 için işlem süresi: 168
İş 1 için teslim tarihi: 180
İş 2 için işlem süresi: 42
İş 2 için teslim tarihi: 55
İş 3 için işlem süresi: 70
İş 3 için teslim tarihi: 95
İş 4 için işlem süresi: 420
İş 4 için teslim tarihi: 430
Girilen değerler sonucunda programın verdiği sonuç;
En iyi çizelge: [1, 2, 0, 3],
Toplam gecikme süresi: 387, ve
İş sırası ve bitiş süreleri: [(1, 42), (2, 112), (0, 280), (3, 700)] dir.
Genetik algoritma ile çözüm sonucunda da en iyi çizelgeleme 2-3-1-4 olarak bulunmuştur ve toplam gecikme 387 dakikadır. Burada elde edilen değer ile dal sınır algoritmasında bulunan çözüm benzer sonuçlar vermiştir.Tesisteki işlerin çizelgelenmesi için python üzerinde dal sınır algoritması ve genetik algoritma ile çözümleri şu şekildedir:

Tablo 2 GA ve Dal Sınır Algoritması Çözüm Sonuçları

	Genetik Algoritma	Dal Sınır Algoritması
İş 1 için işlem süresi	168	168
İş 1 için teslim tarihi	180	180
İş 2 için işlem süresi	42	42
İş 2 için teslim tarihi	55	55
İş 3 için işlem süresi	70	70
İş 3 için teslim tarihi	95	95

İş 4 için işlem süresi	420	420
İş 4 için teslim tarihi	430	430
En iyi çizelge	2,3,1,4	2,3,1,4
İş sırası ve bitiş süreleri	(2, 42), (3, 112), (1, 280), (4, 700)	(2, 42), (3, 112), (1, 280), (4, 700)
Toplam gecikme süresi	387	387
Çözüm süresi	60 sn	300sn

Dal Sınır Algoritması'nın çözüm süresi genellikle tüm olası çözümlerin sistematik olarak taranması ve gereksiz dalların budanması nedeniyle daha uzundur. Genetik Algoritma, başlangıç popülasyonu oluşturduktan sonra iteratif olarak çözümü geliştirir ve bu süreç genellikle daha hızlıdır. Bu sonuçlar, Dal Sınır Algoritması'nın daha fazla zaman gerektirdiğini ancak kesin çözümler sunduğunu, Genetik Algoritma'nın ise daha kısa sürede kabul edilebilir çözümler ürettiğini göstermektedir.

5. Sonuç

Bu çalışmada, tek makine çizelgeleme problemi için toplam gecikmeyi minimize etmek amacıyla dal-sınır algoritması ve genetik algoritma yaklaşımları önerilmiştir. Önerilen algoritmalar, alüminyum aksesuar üretimi yapan bir fabrikanın eloksal tesisindeki tek makine çizelgeleme problemine uygulanmış ve elde edilen bulgular değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar her iki algoritmanın da toplam gecikmeyi minimize etmede etkili olduğunu göstermiştir. Dal-sınır algoritması, kesin sonuçlar sağlarken, büyük boyutlu problemlerde hesaplama süresinin yüksek olması, bu yöntemin uygulanabilirliğini sınırlamaktadır. Öte yandan, genetik algoritma, daha büyük ve karmaşık problemlerde bile hızlı ve etkili çözümler sunabilme yeteneği ile dikkat çekmektedir. Genetik algoritmanın esnek yapısı ve geniş çözüm uzayını tarayabilme kabiliyeti, yerel minimuma takılmadan optimal veya optimal yakın çözümler bulma potansiyelini artırmaktadır.

Gerçek hayat problemine uygulanan algoritmaların bulguları, önerilen yaklaşımların toplam gecikmeyi önemli ölçüde azalttığını ve müşteri memnuniyetini artırmada kritik bir rol oynadığını göstermektedir. Alüminyum aksesuar üretimi yapan fabrikanın eloksal tesisindeki uygulama sonuçları, özellikle genetik algoritmanın, çizelgeleme problemlerinde pratik ve etkili bir araç olduğunu ortaya koymaktadır.

Bu çalışmanın bulguları, işletmelerin çizelgeleme problemlerini çözmede kullanabilecekleri alternatif yaklaşımlar sunarak, maliyetleri düşürme, verimliliği artırma ve hizmet kalitesini iyileştirme noktasında önemli katkılar sağlamaktadır. Gelecekteki çalışmalar, farklı endüstrilerde ve farklı çizelgeleme problemlerinde bu algoritmaların performansını değerlendirmeye yönelik olarak genişletilebilir.

KAYNAKLAR

Akkocaoğlu, H. (2014). A new customer order scheduling problem on a single-machine with job setup times, Çankaya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (Yüksek Lisans Tezi).

Alan, K. Ş. (2021). Doğrusal Tamsayılı Programlama Problemlerinin Çözümü İçin Yeni. İstanbul: European Journal of Science and Technology.

Ali Allahverdi, Harun Aydilek, Asiye Aydilek, Single machine scheduling problem with interval processing times to minimize mean weighted completion time, Computers & Operations Research,Volume 51,2014,Pages 200-207,https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.003.

Baker K. R. and Trietsch D., (2009), Principles of sequencing and scheduling, A John Wiley& Sons Inc, Hoboken, New Jersey, 2009.

Ben-Yehoshua, Y., & Mosheiov, G. (2016). A single machine scheduling problem to minimize total early work. Computers & Operations Research, 73, 115-118

Briskorn D., Choi B.C., Lee K., Leung J., Pinedo M.Complexity of single machine scheduling subject to nonnegative inventory constraints European Journal of Operational Research, 207 (2) (2010), pp. 605-619

Briskorn, D., Jaehn, F., & Pesch, E. (2013). Exact algorithms for inventory constrained scheduling on a single machine. Journal of Scheduling, 16, 105–115.

Che, A., Wu, X., Peng, J., & Yan, P. (2017). Energy-efficient bi objective single-machine scheduling with power-down mechanism. Computers & Operations Research, 85, 172-183. Computers & Industrial Engineering, Volume 37,2019,106072,https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106072.

Dehua Xu, Long Wan, Aihua Liu, Dar-Li Yang, Single machine total completion time scheduling problem with workload-dependent maintenance duration, Omega,Volume 52, 2015, Pages 101-106, https://doi.org/10.1016/j.omega.2014.11.002.

Ehsan Molaee, Ghasem Moslehi, Mohammad Reisi,Minimizing maximum earliness and number of tardy jobs in the single machine scheduling problem,Computers & Mathematics with Applications,Volume 60, Issue 11,2010,Pages 2909-2919, https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.09.046.

Eren, T. (2014). Learning and Deteriorating Effects on the Single Machine SchedulingProblems. Uluslararası Mühendislik Araştırma ve Geliştirme Dergisi

Ermiş, G. (2014). Single Machine Scheduling with Timelag Constraints, Koç Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (Doktora Tezi)

Evgeny R. Gafarov, Alexander A. Lazarev, Frank Werner, A note on a single machine scheduling problem with generalized total tardiness objective function, Information Processing Letters,Volume 112, Issue 3,2012, Pages 72-76,https://doi.org/10.1016/j.ipl.2011.10.013.

Gupta, S. R., & Smith, J. S. (2006). Algorithms for single machine total tardiness scheduling with sequence dependent setups. European Journal of OperationalResearch, 175(2), 722-739

Herr, O., & Goel, A. (2015). Minimising total tardiness for a single machine scheduling problem with family setups and resource constraints. European Journal of Operational Research, 248(1), 123- 135.

Holland, J.H. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press.

Kaya, S. (2013). A genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem having a single machıne with sequence dependent setup times.

Kır, S. (2011). Sıra Bağımlı Hazırlık Zamanlı Tek Makinalı Çizelgeleme Problemleri: Gıda Sektöründe Bir Uygulama (Doctoral dissertation, Fen Bilimleri Enstitüsü).

Lu Chen, Jinfeng Wang, Xianyang Xu, An energy-efficient single machine scheduling problem with machine reliability constraints,

Muştu, S., & Eren, T. (2015). Geliş Zamanlarının Farklı Olduğu Öğrenme Etkili Tek Makine Çizelgelemede Toplam Gecikmenin Çözümü. Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi, 4(3), 11-34.

Oliver Herr, Asvin Goel, Minimising total tardiness for a single machine scheduling problem with family setups and resource constraints, European Journal of Operational Research, Volume 248, Issue 1,2016,Pages 123-135, https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.001.

Oliver Herr, Asvin Goel, Comparison of Two Integer Programming Formulations for a Single Machine Family Scheduling Problem to Minimize Total Tardiness,Procedia CIRP,Volume 19, 2014,Pages 174-179, https://doi.org/10.1016/j.procir.2014.05.007.

Özbakır S.İ. (2011). A heuristic approach for the single machine scheduling tardiness problems, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (Yüksek Lisans Tezi).

Özdemir M.H. (2007). Kısıtlandırılmış teslim tarihli ve sıraya bağımlı hazırlı süreli tek makine çizelgeleme problemlerinde erkenlik ve geçlik toplamının en küçüklenmesi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Özer, B., & Köksal, M. (2016). Hammadde ve Renk Tabanlı Çizelgeleme ve Bir Elektroteknik Fabrikasında Uygulaması. Istanbul Commerce University Journal of Science, 15(30), 95-106.

Perez-Gonzalez, P., & Framinan, J. M. (2018). Single machine scheduling with periodic machine availability. Computers & Industrial Engineering.

Pinedo, M. L. (2008). Scheduling: theory, algorithms, and systems. Springer.

Rostami, S., Creemers,S., & Leus, R. (2019). Precedence theorems and dynamic programming for the single-machine weighted tardiness problem. European Journal of Operational Research, 272(1), 43-49.

Souissi, O., Benmansour, R., & Artiba, A. (2016). An accelerated MIP model for the single machine scheduling with preventive maintenance. IFAC-Paper sOnLine, 49(12), 1945-1949

Walid Hfaiedh, Chérif Sadfi, Imed Kacem, Atidel Hadj-Alouane, A branch-and-bound method for the single-machine scheduling problem under a non-availability constraint for maximum delivery time minimization, Applied Mathematics and Computation, Volume 252, 2015,Pages 496-502, ISSN 0096-3003,https://doi.org/10.1016/j.amc.2014.11.103.

Xiaochuan Luo, Feng Chu,A branch and bound algorithm of the single machine schedule with sequence dependent setup times for minimizing total tardiness,Applied Mathematics and Computation,Volume 183, Issue 1,2006,Pages 575-588.

Yunqiang Yin, Wen-Hung Wu, Wen-Hsiang Wu, Chin-Chia Wu, A branch-and-bound algorithm for a single machine sequencing to minimize the total tardiness with arbitrary release dates and position-dependent learning effects, Information Sciences, Volume 256,2014,Pages 91-108.

Yu-Chung Tsao, Vo-Van Thanh, Feng-Jang Hwang,Energy-efficient single-machine scheduling problem with controllable job processing times under differential electricity pricing,Resources, Conservation and Recycling,Volume 161, 2020,104902,https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2020.104902.

Zhao, C., &Tang, H. (2010). Single machine scheduling with pastsequence dependent setup times and deteriorating obs. Computers & Industrial Engineering, 59(4), 663-666.

Not: *Bu makale, İstanbul Ticaret Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı'nda, Prof. Dr. Berk Ayvaz danışmanlığında, M. Meltem Çalışkan tarafından yürütülecek olan, "TEK MAKİNELİ ÇİZELGELEME PROBLEMİNDE TOPLAM GECİKME SÜRESİ MİNİMİZASYONU İÇİN GENETİK ALGORİTMA VE DAL SINIR ALGORİTMASI YAKLAŞIMI: BİR ELOKSAL TESİSİNDE UYGULAMA" başlıklı yüksek lisans tezinin ön çalışmalarından yararlanılarak hazırlanmıştır.*